

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI ROMA TRE

Corso di Studi in Fisica

Elementi di Geometria

Prof. A. Verra

Prima prova in corso d'anno 2 novembre 2011

Nome..... Cognome .....

Le risposte vanno accompagnate da spiegazioni esaurienti giustificando le proprie affermazioni con gli opportuni riferimenti ai teoremi appropriati. Vanno consegnati SOLO questi fogli

Eser.	I	II	III	Tot.
Voto				

I. (10 punti)

Dato il sistema

$$\begin{cases} X_1 + 3X_2 + 2X_4 = -1 \\ -X_1 + 2X_2 + X_3 - X_4 = -1 \\ 2X_1 - X_2 - 3X_3 + X_5 = 1 \end{cases}$$

- a) Determinare se il sistema è compatibile.
- b) Determinare da quanti parametri indipendenti dipendono le soluzioni del sistema.
- c) Determinare le soluzioni del sistema.

**II. (10 punti)**

Siano

$$A = \begin{pmatrix} a & 1 & -a-1 \\ -a & 2 & a \\ 1 & a-1 & a \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & b & 1 \\ 0 & -2 & b \\ -1 & b+1 & 0 \end{pmatrix}$$

- a) Determinare per quali valori di  $a \in \mathbf{R}$  la matrice  $A$  risulti invertibile
- b) Determinare per quali valori di  $b \in \mathbf{R}$  la matrice  $B$  risulti invertibile
- c) Determinare per quali valori di  $(a, b) \in \mathbf{R}^2$  la matrice  $A + B$  risulti invertibile.

**III. (10 punti)**

Determinare il rango della seguente matrice al variare di  $h \in \mathbf{R}$ .

$$\begin{pmatrix} -1 & h & 0 & 1 \\ 1 & 1 & h & 0 \\ 0 & 1 & h & 1 \\ 0 & 0 & 1 & h \end{pmatrix}$$

risulti invertibile. Inoltre per i valori di  $a$  e  $b$  per cui  $A$  non risulti invertibile determinare il rango di  $A$ .