Esercitazione del corso Elementi di Geometria del 23 Marzo 2017

1. Usare il metodo di Gauss-Jordan per determinare se le seguenti matrici sono invertibili e calcolarne l'inversa

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & 0 & -1 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} -2 & 4 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 2 & 1 & -3 \\ -2 & -4 & 0 \\ 2 & 0 & 3 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & -3 \\ 4 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

2. Date le matrici

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 0 \\ 3 & 0 & -3 \\ 0 & -5 & 1 \end{pmatrix} \qquad C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

(a) Calcolare $\det(A)$, $\det(B, \det(AB), \det(BA), \det(A^{-1}), \det(A^{-1}B)$ e $\det(A^{-1}B^{-1})$.
(b) Calcolare $\det(C)$, C^{-1}, C^{-2}.

3. Data la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, determinare per quali valori di $h \in \mathbb{R}$ la matrice $A + B$ risulti invertibile, dove $B = \begin{pmatrix} h & 1 & 0 \\ 3 & 0 & h \\ h & 1 & 2 \end{pmatrix}$

4. Determinare per quali $h \in \mathbb{R}$ le seguenti matrici sono invertibili e per tali valori calcolarne l'inversa

$$\begin{pmatrix} -1 & h & 0 \\ 1 & 0 & h \\ 2 & h & -1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 3 & h & 2 \\ h-1 & 0 & h-1 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & h & 1 \\ h & -3h & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} h & 0 & h \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & h & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} h & 0 & h & 0 \\ 0 & 1 & 0 & h \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ h & 0 & h & 0 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & h & 0 \\ h & 0 & h & 0 \end{pmatrix}$$