

# ESERCIZI SUL METODO DI GRAM-SCHMIDT

**a.** Usando il metodo di Gram-Schmidt ortogonalizzare, rispetto al prodotto scalare standard di  $R^3$ , i seguenti insiemi di vettori rispetto al prodotto scalare standard di  $R^3$

1.  $\bar{v}_1 = (1, 1, 1)$ ,  $\bar{v}_2 = (-1, 1, -2)$ ,  $\bar{v}_3 = (5, -1, 8)$  e  $\bar{v}_4 = (-1, 1, 2)$
2.  $\bar{v}_1 = (-1, 1, 2)$ ,  $\bar{v}_2 = (-1, 1, -2)$ , e  $\bar{v}_3 = (5, -1, 0)$
3.  $\bar{v}_1 = (1, 3, 4)$ ,  $\bar{v}_2 = (-1, 0, -2)$ ,  $\bar{v}_3 = (5, -1, 2)$  e  $\bar{v}_4 = (-1, 0, 2)$
3.  $\bar{v}_1 = (1, 3, -1)$ ,  $\bar{v}_2 = (0, 0, -2)$ , e  $\bar{v}_3 = (5, -1, 2)$

**b.** Usando il metodo di Gram-Schmidt ortogonalizzare, rispetto al prodotto scalare standard di  $R^3$ , i seguenti insiemi di vettori rispetto al prodotto scalare standard di  $R^4$

1.  $\bar{w}_1 = (2, 0, 1, 0)$ ,  $\bar{w}_2 = (2, 1, -1, 0)$ ,  $\bar{w}_3 = (-2, -1, 0, 0)$  e  $\bar{w}_4 = (1, 0, 0, 1)$
2.  $\bar{w}_1 = (2, 3, 1, 0)$ ,  $\bar{w}_2 = (0, 1, -1, 0)$ ,  $\bar{w}_3 = (-1, -1, 0, 0)$  e  $\bar{w}_4 = (0, 1, 0, 1)$
3.  $\bar{w}_1 = (1, 2, 1, 2)$ ,  $\bar{w}_2 = (2, 1, -1, 0)$ ,  $\bar{w}_3 = (-1, -2, 0, 2)$  e  $\bar{w}_4 = (1, 2, 2, 1)$
4.  $\bar{w}_1 = (2, 2, 1, -1)$ ,  $\bar{w}_2 = (0, 1, -1, 4)$ ,  $\bar{w}_3 = (-1, -3, 1, 0)$  e  $\bar{w}_4 = (1, -1, 2, 1)$

**c.** Usando il metodo di Gram-Schmidt ortogonalizzare la base canonica di  $R^3$  rispetto ai seguenti prodotti scalari

1.  $\langle \bar{x}, \bar{y} \rangle = 2x_1y_1 + x_1y_2 + 2x_1y_3 + x_2y_1 + x_2y_2 + 2x_3y_1 + 8x_3y_3$
2.  $\langle \bar{x}, \bar{y} \rangle = x_1y_1 + x_1y_3 + x_2y_2 + 2x_2y_3 + x_3y_1 + 2x_3y_2 + 4x_3y_3$
3.  $\langle \bar{x}, \bar{y} \rangle = 3x_1y_1 + x_1y_2 + x_2y_1 + 2x_2y_2 + 2x_2y_3 + 2x_3y_2 + 3x_3y_3$

**d.** Usando il metodo di Gram-Schmidt ortogonalizzare la base canonica di  $R^4$  rispetto ai seguenti prodotti scalari

1.  $\langle \bar{x}, \bar{y} \rangle = 7x_1y_1 + x_1y_3 + 2x_1y_4 + x_2y_2 + x_2y_3 + x_3y_1 + x_3y_2 + 2x_3y_3 + 2x_4y_1 + x_4y_4$
2.  $\langle \bar{x}, \bar{y} \rangle = x_1y_1 + x_1y_2 + x_2y_1 + 3x_2y_2 + 2x_2y_3 + x_2y_4 + 2x_3y_2 + 3x_3y_3 + 2x_3y_4 + x_4y_2 + 2x_4y_3 + 3x_4y_4$
3.  $\langle \bar{x}, \bar{y} \rangle = x_1y_1 + x_1y_2 + x_1y_3 + x_1y_4 + x_2y_1 + x_2y_2 + x_2y_4 + x_3y_1 + 3x_3y_3 + x_4y_1 + 2x_4y_2 + 4x_4y_4$

**e.** Usando il metodo di Gram-Schmidt ortogonalizzare gli insiemi di vettori di  $\mathbb{R}^3$  del punto **a.** rispetto ai prodotti scalari del punto **c.**

**f.** Usando il metodo di Gram-Schmidt ortogonalizzare gli insiemi di vettori di  $\mathbb{R}^3$  del punto **b.** rispetto ai prodotti scalari del punto **d.**