

I. Sia $\mathcal{C}_{a,b}$ la conica di equazione:

$$x^2 + 6xy - by^2 - a = 0$$

- a) Determinare per quali valori di $(a, b) \in \mathbb{R}^2$, $\mathcal{C}_{a,b}$ è una conica degenera.
- b) Determinare al variare di $(a, b) \in \mathbb{R}^2$, il tipo della conica $\mathcal{C}_{a,b}$.
- c) Determinare per quali valori di $(a, b) \in \mathbb{R}^2$, la conica $\mathcal{C}_{a,b}$ passa per i punti $P_1(0, \sqrt{2})$ e $P_2 = (1, 3 + \sqrt{10})$.
- d) per $b = 2$ e $a = 1$ determinare le trasformazioni che portano \mathcal{C}_k in forma canonica, e la forma canonica.

II Sia \mathcal{C}_k la conica di equazione:

$$x^2 + kxy + y^2 - 2y - k = 0$$

- a) Determinare per quali valori di $k \in \mathbb{R}$, \mathcal{C}_k è una conica degenera.
- b) Determinare al variare di $k \in \mathbb{R}$, il tipo della conica \mathcal{C}_k .
- c) Determinare per quali valori di $k \in \mathbb{R}$, la conica $\mathcal{C}_{a,b}$ passa per i punti $P_1(1, 1)$ e $P_2 = (0, 0)$.
- d) per $k = 0$ determinare le trasformazioni che portano \mathcal{C}_k in forma canonica, e la forma canonica.

III Sia \mathcal{C}_k la conica di equazione

$$(2k - 1)x^2 + 6tky + ky^2 + 2x = 0$$

- a) Stabilire se esistono valori di k per cui la conica è degenera.
- b) Determinare il tipo di \mathcal{C}_k al variare del parametro k
- c) Trovare il centro di \mathcal{C}_k .
- d) Per $k = \frac{1}{3}$ determinare le trasformazioni che portano \mathcal{C}_k in forma canonica, e la forma canonica.

IV Sia \mathcal{C}_k la conica di equazione

$$kx^2 + 2xy + (k + 2)y^2 - 2y = 0$$

- a) Stabilire se esistono valori di k per cui la conica degenera.
- b) Determinare il tipo di \mathcal{C}_k al variare del parametro k
- c) Trovare il centro di \mathcal{C}_k .
- d) Per $k = 1$ determinare le trasformazioni che portano \mathcal{C}_k in forma canonica, e la forma canonica.

VI Date le rette $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + 1$, e $y = -\sqrt{3}x + 1$, determinare un'ellisse a punti reali ed un'iperbole aventi tali rette come assi. E' possibile trovare una siffatta ellisse ed iperbole senza punti di intersezione?