Esercizi sulle basi di spazi vettoriali

a. Determinare una base dei seguenti sottospazi di $\mathbb{R}^3$ e completarla ad una base di $\mathbb{R}^3$, (si ricoda che $< \overline{w}_1, \overline{w}_2, \overline{w}_3 >$ denota il sottospazio generato da $\overline{w}_1$, $\overline{w}_2$, $\overline{w}_3$.

- $V =< (3,2,1), (2,0,1), (4,8,0) >$
- $V =< (3,3,9), (1,0,1), (0,1,2) >$
- $V =< (3,3,6), (1,2,3), (0,-1,-1) >$
- $V =< (1,1,-2), (1,-1,2), (0,2,-4) >$
- $V =< (3,2,1), (\frac{3}{2},1,\frac{1}{2}), (4,\frac{8}{3},\frac{4}{3}) >$
- $V =< (1,0,\frac{1}{2}), (2,-1,1), (-1,\frac{1}{7},0) >$

b. Determinare una base dei seguenti sottospazi di $\mathbb{R}^4$ e completarla ad una base di $\mathbb{R}^4$

- $V =< (0,1,1,1), (1,2,3,0), (2,6,8,4), (2,5,7,2) >$
- $V =< (1,0,1,2), (3,0,1,2), (2,0,0,1), (2,0,2,3) >$
- $V =< (-1,0,-1,-2), (\frac{1}{2},0,(\frac{1}{2},1), (1,1,1,2), (1,3,1,2) >$
- $V =< (1,0,0,1), (0,1,1,0), (1,0,-1,0), (0,1,0,1) >$
- $V =< (0,1,1,4), (0,-1,0,-4), (0,1,2,4), (0,1,3,4) >$

c. Sia V lo spazio vettoriale delle matrici a coeffcenti reali $n \times n$. Determinare una base dei seguenti sottospazi e completarla ad una base di V

- $W = \{M \in V \mid \operatorname{tr}(A) = 0\}$
- $W = \{M \in V \mid {}^tA = A\}$

c. Sia V lo spazio vettoriale dei polinomi a coefficienti reali di grado al più 4 Determinare una base dei seguenti sottospazi (verificare che siano sottospazi) e completarla ad una base di V

- $W = \{P \in V \mid P(0) = 0,\ P(1) = 0,\ P(-1) = 0\}$
- W generato da $P_1(T) = T - T^2, P_2(T) = 1 + T, P_3(T) = 2 - T + 3T^2,$ $P_4(T) = 1 + T^3$