11 Una massa m di gas perfetto biatomico è inizialmente in condizioni di equilibrio alla temperatura $T = 350\,°K$ ed alla pressione p in un recipiente adiabatico munito di un pistone mobile. Esso viene fatto espandere contro una pressione esterna $p_e = p/2$ costante fino al raggiungimento di un nuovo stato di equilibrio. Calcolare la temperatura finale del gas.

– Trasformazione adiabatica $\Delta Q = 0 \Rightarrow \Delta U = -\Delta L$

$$n C_V (T_f - T_i) = -p_e (V_f - V_i) = -\frac{p}{2}(V_f - V_i)$$

$$V_i = \frac{nRT_i}{p} \quad ; \quad V_f = \frac{nRT_f}{p_f} = \frac{2nRT_f}{p}$$

$$n C_V (T_f - T_i) = -\frac{p}{2}\left\{\frac{2nRT_f}{p} - \frac{nRT_i}{p}\right\}$$

$$7T_f = 6T_i \rightarrow T_f = \frac{6}{7}T_i = 300\,°K$$

12 0.5 moli di un gas monoatomico si espandono adiabaticamente partendo dallo stato A ($P_A = 5$ Atm, $T_A = 500°K$) e finendo in uno stato B ($P_B = 1$Atm) entrambi di equilibrio. Calcolare:

1) T_B, V_B

2) Il lavoro compiuto dal gas e la variazione della sua energia interna

(Tipler 16-53)

Trattandosi di una espansione adiabatica si ha:

$$T p^{(1-\gamma)/\gamma} = \text{cost}$$

ossia

$$T_A\, P_A^{(1-\gamma)/\gamma} = T_B\, P_B^{(1-\gamma)/\gamma} \quad \Rightarrow \quad T_B = 262°K \qquad (\gamma = 1.67)$$

$$V_B = \frac{nRT_B}{P_B} = 11\ \ell$$

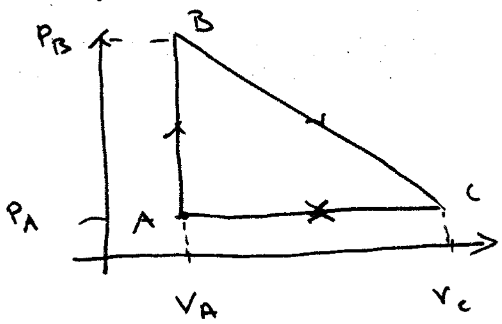
Avremo

$$\Delta U = -\Delta L$$

con $\Delta U = n C_v (T_B - T_A) = 14.3$ J

13 Una mole di gas perfetto monoatomico descrive il ciclo ABC indicato in figura. Calcolare il rendimento di tale ciclo e quello di un ciclo di Carnot operante tra due sorgenti aventi rispettivamente le temperature massima e minima del ciclo ABC sapendo che $V_A = 10$ lt, $V_C = 20$ lt, $P_A = 1$ Atm, $P_B = 5$ Atm

(~~Figura~~ lug 24.6 - P1)



Il rendimento del ciclo è:

$$\eta_{ABC} = \frac{L_{ABC}}{Q_{ass}} =$$

$R = 0.0821 \ \frac{\text{Atm}}{\text{mole}\,°K}$

$C_V = \frac{3}{2} R$

inoltre:

$$T_A = \frac{P_A V_A}{R} = 121.8 \ °K$$

$$T_B = \frac{P_B V_B}{R} = \frac{P_B V_A}{R} = 609 °K$$

$$T_C = \frac{P_A V_C}{R} = \frac{2 P_A V_A}{R} = 243.6 °K$$

Il lavoro sviluppato nel ciclo ABC è pari all'area del triangolo $A\hat{B}C$:

$$L_{ABC} = \frac{1}{2}(V_c - V_A)(P_B - P_A) = 20 \text{ lt. atm}$$

$$Q_{AB} = C_V (T_B - T_A) = \frac{3}{2} R \cdot 4 T_A = 60 \text{ lt. atm} > 0$$ calore assorbito.

$$Q_{BC} = L_{BC} + \Delta U_{BC} = \frac{1}{2}(V_c - V_A)(P_A + P_B) + \frac{3}{2} R (T_c - T_A) = -15.$$ calore ceduto

$$Q_{CA} = P_A (V_A - V_c) = -10 \text{ lt. Atm.}$$

$$\eta_{ABC} = \frac{20}{60} = 0.33$$

La trasformazione BC è del tipo: $p = a + bV$ per cui:

$$P_B = a + b V_B \ ; \quad P_c = a + b V_c \quad \Rightarrow b = \frac{P_B - P_c}{V_B - V_c} = -0.4 \ A$$

$$\Rightarrow a = P_B - b V_B = 9 \ A$$

Dobbiamo ricavare la T_{MAX} del ciclo; dalle:

$$p = a + bV \ ; \quad pV = nRT \quad \Rightarrow \quad T = \frac{a}{R} V + \frac{b}{R} V^2$$

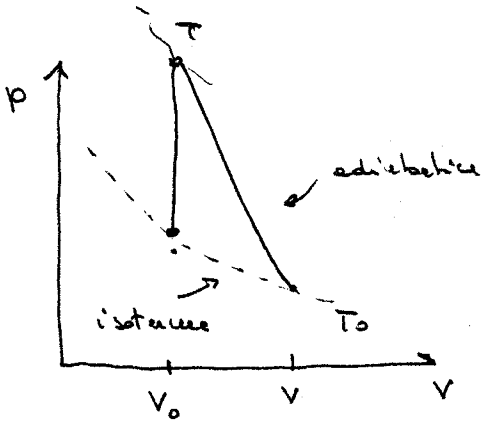
$$\frac{dT}{dV} = \frac{a}{R} + \frac{2bV}{R} = 0 \quad \rightarrow V^* = -\frac{a}{2b} \quad \rightarrow T_{MAX} = -\frac{1}{4}\frac{a^2}{bR} = 616 °$$

$$\eta_c = 1 - \frac{T_A}{T_{MAX}} = 0.8$$

14 Un sistema termicamente isolato è costituito da una mole di gas perfetto monoatomico alla Temperatura $T_1 = 300°K$ e da una sorgente a Temperatura $T_0 = 200°K$. Mettendo in contatto il gas con la sorgente esso subisce una trasformazione isocora reversibile. Calcolare:

1) la variazione di entropia della sorgente e del gas

2) il lavoro che si potrebbe ricavare nel caso in cui il gas raggiunga le precedenti condizioni di equilibrio mediante due trasformazioni reversibili, una adiabatica ed una isoterma anziché in condizioni isocore. (Fis 12/4/85)



Il calore ceduto dal gas è quello assorbito dalla sorgente:

a) $\Delta Q = C_V \Delta T = C_V (T_1 - T_0)$

$$\Delta S_s = \frac{C_V (T_1 - T_0)}{T_0} = 1.5 \text{ cal}/°K$$

$$\Delta S_g = \int_{T_1}^{T_0} C_V \frac{dT}{T} = C_V \lg \frac{T_0}{T_1} = -1.22 \text{ cal}/°K$$

b) Lungo la trasformazione adiabatica si ha

$$V = V_0 \left(T_1/T_0 \right)^{1/(\gamma-1)}$$ essendo V_0 il volume iniziale

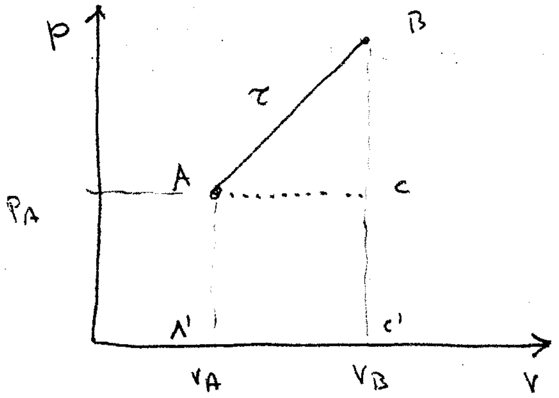
e V quello finale dopo la trasformazione adiabatica.

$$L_{ADIAB} = C_V (T_1 - T_0) = \frac{3}{2} R (T_1 - T_0)$$

$$L_{isot} = -R T_0 \lg \frac{V}{V_0} = -R T_0 \cdot \frac{3}{2} \lg \frac{T_1}{T_0}$$

$$L_T = L_A - L_i = 56 \text{ cal}.$$

15 Due moli di gas perfetto biatomico eseguono una trasformazione del tipo $p = kV$ reversibile con k costante. Sapendo che durante essa il gas raddoppia il suo volume e che la temperatura iniziale è $T = 300\,°K$, calcolare il lavoro compiuto ed il calore molare.



Abbiamo per lo stato A

$$P_A V_A = nRT_A \longrightarrow KV_A^2 = nRT_A$$

e quindi

$$L_{ABC} = \frac{(2V_A - V_A)(P_B - P_C)}{2} = \frac{V_A \cdot KV_A}{2} = \frac{KV_A^2}{2}$$

$$= nRT_A/2$$

$$L_{AA'CC'} = V_A \cdot KV_A = nRT_A$$

1) $$\Delta L_\tau = \frac{3}{2} nRT_A = 7.5\,10^3\ \mathrm{J}.$$

2) $$\Delta Q = \Delta U + \Delta L = nC_v\,\Delta T + \Delta L$$

$$\left.\frac{\Delta Q}{\Delta T}\right)_\tau = nC_v + \frac{\Delta L}{\Delta T}$$

dobbiamo calcolare T_B:

$$P_B V_B = nRT_B \longrightarrow T_B = \frac{4KV_A^2}{nR} = \frac{4nRT_A}{nR} = 4T_A$$

quindi

$$\left.\frac{\Delta Q}{\Delta T}\right)_\tau = 2 \cdot \frac{5}{2} R + \frac{7.5}{900} 10^3 = 424 \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{mole}\,°K}.$$