PROBLEMI DI TERMODINAMICA

1 Un gas perfetto biatomico ($\gamma = 1.4$) esegue una trasformazione isobara reversibile compiendo un lavoro $L_R = 50$ l Atm. Lo stesso gas in una seconda trasformazione irreversibile avente gli stessi stati estremi compie un lavoro $L_I = 40$ l$\cdot$Atm. Calcolare il calore scambiato nella trasformazione irreversibile

(Ing 21.05.92)

– $$\Delta Q_R = \Delta U + \Delta L_R = n C_v \Delta T + L_R = n C_v \Delta T + L_R = n c_p \Delta T$$

$$n(C_p - C_v)\Delta T = L_R$$

$$\Delta T = \frac{L_R}{nR}$$

$$\Delta Q_I = n C_v \Delta T + L_{IRR} = n c_v \frac{L_R}{nR} + L_I = \frac{L_R}{\gamma - 1} + L_I = 165 \text{ l Atm} =$$
$$= 16.7 \text{ J.}$$

2 Una mole di gas perfetto subisce una trasformazione con legge $pT^{1/3} = \text{cost}$; sapendo che la variazione di Temperatura è $\Delta T = 20°K$, calcolare il lavoro eseguito dal sistema lungo la trasformazione

(Ing. 12.6.92)

– La trasformazione è una politropica con $\alpha = 1/3$ per cui

$$\Delta L = \frac{R}{1-\alpha} \Delta T \simeq 222 \text{ J.}$$

3 Una mole di gas perfetto è in uno stato iniziale termodinamico A ($V_i = 19$ l, $P_i = 1.3$ Atm). Successivamente esegue una trasformazione τ assorbendo un $\Delta Q = 96$ cal, compiendo un lavoro che solleva una massa $m = 6.6$ Kg di 70 cm e portandosi alla temperatura $T_f = 318$ °K. Calcolare i calori specifici molari: C_V, C_P, C_τ.

— $$\Delta U = \Delta Q - \Delta L = \Delta Q - mgh = C_V (T_f - T_i) \quad \text{con} \quad T_i = \frac{P_i V_i}{R} = 301\ °K$$

$$C_V = \frac{\Delta Q - mgh}{T_f - T_i} = 20.9 \ \text{J/mol °K}$$

$$C_P = R - C_V = 29.1 \ \text{J/mol °K}$$

$$C_\tau = \left.\frac{\Delta Q}{\Delta T}\right)_\tau = 23.6$$

4 Una massa $M = 24$ g di elio ($P_m = 4$) in equilibrio alla temperatura $T_i = 343$°K subisce una trasformazione reversibile politropica alla fine della quale la temperatura finale è $T_f = 262$°K ed il volume $V_f = \frac{1}{5} V_i$. Determinare l'indice α della politropica, il calore assorbito ed il lavoro compiuto dal gas nella trasformazione.

— Avremo

$$V_0^{\alpha-1} T_0 = V_f^{\alpha-1} T_f = \left(\frac{V_0}{5}\right)^{\alpha-1} T_f \quad \Rightarrow \quad \frac{T_f}{T_i} = \left(\frac{5V_0}{V_0}\right)^{\alpha-1}$$

1) $$\alpha = \frac{\lg (T_f/T_i)}{\lg 5} + 1 = 0.84$$

2) Per una politropica $$\Delta L = \frac{nR}{1-\alpha}\Delta T = \mp 2.42 \ 10^4 \ \text{J}$$

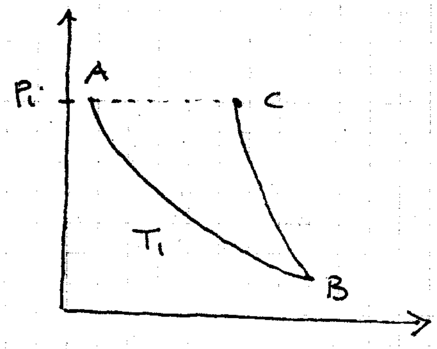
3) Il calore assorbito è:

$$\Delta Q = n C_\alpha \Delta T = n\left(C_V + \frac{R}{1-\alpha}\right)\Delta T = \frac{M}{P_m}\left(\frac{5}{2} + \frac{1}{1-\alpha}\right) R\, \Delta T =$$

$$= -3.1 \ 10^4 \ \text{J}.$$

5 Una mole di gas perfetto biatomico ($\gamma = 7/5$) alla Temperatura iniziale $T_1 = 300°K$ ed alla pressione $P_i = 1$ Atm effettua prima una trasformazione isoterma che ne raddoppia il volume e successivamente una compressione adiabatica che lo riporta alla pressione iniziale. Calcolare il volume finale

(Ing 24.6.91)



Lungo la trasformazione isoterma:

$$V_A = \frac{R T_A}{P_A} = 24.6\ l$$

$$V_B = 2 V_A = 49.2\ l$$

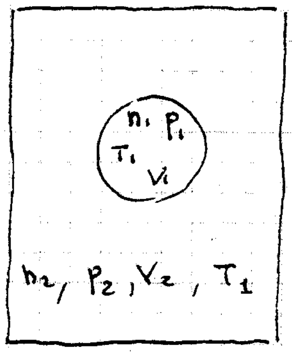
$$P_B = 0.5\ \text{Atm}$$

Lungo la trasformazione adiabatica

$$P_B V_B^{\gamma} = P_C V_C^{\gamma} = P_A V_C^{\gamma} \Rightarrow V_C = 30\ l$$

6 Un pallone elastico contiene 0.2 moli di un gas perfetto monoatomico alla pressione P_1 contenuto in un volume $V_1 = 5l$. A sua volta il pallone è contenuto in un recipiente adiabatico rigido avente volume $V_2 = 30\ l$. Alla condizione di equilibrio iniziale $T_i = 300°K$, sapendo che la pressione P_2 dello stesso gas, contenuto nel pallone, nel recipiente è $P_2 < P_1$ quando il pallone scoppia si giunge ad un nuovo stato di equilibrio in cui $T_f = 303°K$ e $P_f = 0.7\ P_1$. Calcolare l'energia posseduta dal pallone.

(Ing 8.7.91)



Avremo per l'intero sistema:

$$\Delta Q = \Delta L = \Delta U = 0 \quad \text{con}$$

$$\Delta U = \Delta U_G + \Delta U_{pallone}$$

$$\Delta U_p = -\Delta U_G = -(n_1 + n_2)\, c_v\, (T_f - T_1)$$

$$(n_1 + n_2) = \frac{P_f V_2}{R T_f} \qquad P_f = 0.7\ P_1 \quad \text{con} \quad P_1 = n_1 T_1 / R V_1$$

$$\Delta U_p = -\frac{0.7\, \frac{n_1 T_1 V_2}{R T_1}}{R T_f} \cdot \frac{3}{2} R\, (T_f - T_1) = 30\ \text{Joule}.$$

7 Una mole di gas perfetto monoatomico esegue la trasformazione $pV^2 = \text{cost}$. Calcolare il calore specifico della trasformazione e la quantità di calore scambiata sapendo che $P_i = 4 P_f$ e che $T_i = 400°K$

(lug 26.6.90)

– Il calore specifico di una politropica è

1) $$C_K = C_V + \frac{R}{1-k} = \frac{3}{2} R + \frac{R}{1-2} = \frac{1}{2} R$$

2) $$\Delta Q = C_K \cdot (T_f - T_i)$$

$$\begin{cases} P_f V_f = nRT_f \\ P_i V_i = nRT_i \end{cases} \rightarrow \frac{P_f V_f}{P_i V_i} = \frac{T_f}{T_i} \rightarrow \frac{1}{4} \frac{V_f}{V_i} = \frac{T_f}{T_i}$$

$$P_i V_i^2 = P_f V_f^2 \rightarrow \frac{V_f}{V_i} = 2$$

$$\Delta Q = \frac{R}{2} \left(\frac{T_i}{2} - T_i \right) = -\frac{R}{4} T_i = 1663 \text{ J}.$$

8 Calcolare la potenza di un compressore che deve essere impiegato per comprimere adiabaticamente a 1 MPa 540 m^3 di aria (inizialmente alla pressione atmosferica) all'ora sapendo che la compressione è reversibile e $\gamma = 1.4$.

– Trasformazione adiabatica $\Delta Q = 0$ $\Delta U = \Delta L$

$$\Delta U = n c_v (T_f - T_i) = n c_v \frac{1}{nR} (P_f V_f - P_i V_i) = \frac{5}{2} \left[\left(\frac{P_1}{P_2} \right)^{1/k} V_1 - P_1 V_1 \right]$$

$$W = \frac{\Delta L}{\Delta t} \simeq 35 \text{ kwatt}.$$

9 Un recipiente adiabatico è diviso da un setto conduttore di calore in due parti A e B aventi volumi $V_A = 22.4\ l$ e $V_B = 44.8\ l$. Sapendo che le due parti contengono un gas perfetto biatomico negli stati: $P_A = 6\ Atm$, $T_A = 273\ °K$, $P_B = 3\ Atm$, $T_B = 546\ °K$, calcolare:

1) la temperatura del gas all'equilibrio
2) le pressioni finali dei due gas
3) la variazione di entropia di tutto il gas.

(ing. 20.5.91)

— Risposta: $\Delta Q = 0$; $\Delta L = 0$ $\quad \Delta U_T = \Delta U_A + \Delta U_B = 0$

1) $T_f = \dfrac{n_A T_A + n_B T_B}{n_A + n_B}$ con:

$$n_A = \frac{P_A V_A}{R T_A} = 6\ m; \quad n_B = \frac{P_B V_B}{R T_B} = 3\ m$$

$T_f = 364\ °K$

2) $p'_A = \dfrac{n_A R T_f}{V_A} = 8\ Atm.$; $p'_B = \dfrac{n_B R T_f}{V_B} = 2\ Atm$

3) Consideriamo le trasformazioni isocore reversibili che conducono il gas dallo stato A a quello B.

$\Delta S = \Delta S_A + \Delta S_B$

$$\Delta S_A = \int \frac{\delta Q}{T} = \int \frac{dU}{dT} = n_A c_v \int_{T_A}^{T_f} \frac{dT}{T} = n_A c_v \lg T_f/T_A = 8.5\ cal/°K$$

$$\Delta S_B = n_B c_v \lg \frac{T_f}{T_B} = -6\ cal/°K$$

10 Ad un gas perfetto biatomico vengono forniti 500 J di calore. Calcolare

1) la variazione di temperatura

2) il lavoro compiuto dal gas

3) il rapporto tra il volume finale e quello iniziale sapendo che la temperatura iniziale è $T_0 = 20°C$

nell'ipotesi che la trasformazione sia isobara e che $n = 2$.

(Tipler 16.50)

— Trattandosi di una trasformazione isobara avremo:

$$\Delta Q = n c_p \Delta T \qquad \text{con} \quad c_p = \frac{7}{2} R$$

1) $$\Delta T = \frac{\Delta Q}{n c_p} = 8.6 \ °K$$

2) $$\Delta L = p \Delta V = n R \Delta T = 143 \ J.$$

3) $$\frac{V_f}{V_i} = nR \frac{T_f}{T_i} = nR \frac{(273.16 + 20 + 8.6)}{(273.16 + 20)} = 17.1 \quad m^3$$