27 Un volume di 5l di gas perfetto biatomico alla pressione di 560 mbar è contenuto in un recipiente. Improvvisamente tale recipiente è messo in contatto con l'atmosfera ed il gas subisce una compressione. Sapendo che $\gamma = 1.4$ calcolare la variazione di energia interna, supponendo la trasformazione adiabatica.

— Trattandosi di una trasformazione adiabatica, politropica avremo

$$\Delta U = -\Delta L = -\int_{V_A}^{V_B} p\,dV$$

Con

$$V_A^{\gamma} p_A = V_B^{\gamma} p_B \quad \Rightarrow \quad V_B = 5\left(\frac{560}{1013}\right)^{0.714} = 3.27\ l$$

ed ancora:

$$p_A V_A^{\gamma} = p V^{\gamma} \quad \Rightarrow \quad p = p_A V_A^{\gamma} / V^{\gamma}$$

per cui:

$$\Delta U = -\Delta L = -\int_{V_A}^{V_B} p_A V_A^{\gamma} \frac{dV}{V^{\gamma}} = -p_A V_A^{\gamma} \frac{1}{1-\gamma}\left[V^{1-\gamma}\right]_{V_A}^{V_B}$$

$$\Delta U = 13.3\,(0.62 - 0.53) = 1.2\ l \times atm$$

$$1l \times 1Atm = 101.3\ J$$

$$\Delta U = 122\ J.$$

18 Una data massa di un gas perfetto monoatomico alla Temperatura iniziale $T_0 = 300°K$ esegue la trasformazione τ:

$$p = p_0\, e^{-k(T-T_0)} \qquad K = 7\,10^{-2}\ °K.$$

Calcolare:

1) il calore specifico molare lungo la trasformazione

2) il lavoro eseguito da una mole di gas quando $p_f = p_0/2$

(Ing. 27.4.92)

$$c = \left.\frac{dQ}{dT}\right)_\tau = p\frac{dV}{dT} + c_V \qquad V = \frac{RT}{p} \rightarrow \frac{dV}{dT} = \frac{R}{p_0}(1+kT)\,e^{k(T-}$$

1) $$c = p_0\, e^{-k(T-T_0)} \cdot \frac{R}{p_0}(1+kT)\, e^{k(T-T_0)} + c_V = R(1+kT) + c_V$$

2) $$p_f = p_0\, e^{-k(T_f - T_0)} \rightarrow \frac{p_0}{2} = p_0\, e^{-k(T_f-T_0)}$$

$$\frac{1}{k}\lg 1/2 = -T_f + T_0 \rightarrow T_f = T_0 - \frac{1}{k}\lg 1/2 = T_0 + \lg 2 = 310°$$

$$\Delta L = \Delta Q - \Delta U = \int_{T_0}^{T_f}\{c_V + R(1+kT)\}\,dT - c_V(T_f - T_0)$$

$$= c_V(T_f-T_0) + R(T_f - T_0) + \frac{kR}{2}(T_f^2 - T_0^2) = 447\ \text{cal} =$$

$$= 1852\ \text{J}.$$

28 Un recipiente adiabatico contiene al suo interno un pistone conduttore di calore che può scorrere senza attrito. Inizialmente il pistone è bloccato e divide il recipiente in due parti A e B con $V_A = V_B = 1\,l$ contenenti lo stesso gas perfetto alla Temperatura $T = 300°K$ ed alle pressioni $P_A = 1.5$ Atm, $P_B = 2.5$ Atm. Sbloccando il pistone il sistema raggiunge un nuovo stato di equilibrio; calcolare i valori finali di Temperatura e pressione.

— La trasformazione è adiabatica, isoterma ed irreversibile per cui:

$$\Delta Q = 0 \quad ; \quad \Delta U = 0 \quad ; \quad \Delta L = 0$$

Dall'equazione di stato avremo:

$$P_A V_A = n_A RT \quad ; \quad P_B V_B = P_B V_A = n_B RT \qquad V = V_A + V_B$$

per cui

$$n_A = \frac{P_A V_A}{RT} \quad ; \quad n_B = \frac{P_B V_A}{RT} \quad \rightarrow \quad n_A = \frac{P_A V}{2RT} \quad ; \quad n_B = \frac{P_B V}{2RT}$$

Dopo la trasformazione si ha:

$$\begin{cases} P_f V'_A = n_A RT = \dfrac{P_A V}{2RT} \cdot RT = P_A V/2 \\ P_f V'_B = n_B RT = \dfrac{P_B V}{2RT} \cdot RT = P_B V/2 \end{cases}$$

sommando:

$$P_f (V'_A + V'_B) = \frac{P_A + P_B}{2} \cdot V \qquad \rightarrow \begin{cases} P_f = \dfrac{P_A + P_B}{2} = 2 \text{ Atm} \\ T_f = T = 300°K \end{cases}$$

3) Una macchina termica lavora tra due sorgenti a temperature $T_1 = 27°C$ e $T_2 = 227°C$ producendo in ogni ciclo un lavoro di 140 J con un rendimento del 20%. Dimostrare che il ciclo è irreversibile e calcolare la variazione totale di entropia per ogni ciclo.

Il rendimento di una macchina termica reversibile che lavori tra due temperature assolute T_1 e T_2 è:

$$\eta_R = 1 - \frac{T_1}{T_2} = 0.4$$

e quindi dal momento che il rendimento della nostra macchina è 0.2 ne consegue che essa compie un ciclo irreversibile (Teorema di Carnot).

La variazione di entropia totale è:

$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 + \Delta S_{ciclo} \qquad \text{con} \qquad \Delta S_{ciclo} = 0$$

e ΔS_1, ΔS_2 sono le variazioni di entropia delle due sorgenti con

$$\Delta S_1 = \frac{\Delta Q_1}{T_1} \quad ; \quad \Delta S_2 = -\frac{\Delta Q_2}{T_2}$$

Avremo inoltre

$$\Delta Q_2 = L/\eta = 700 \text{ J.}$$

$$\Delta Q_1 = \Delta Q_2 - L = 560 \text{ J}$$

e quindi

$$\Delta S = 0.466 \text{ J/°K.}$$