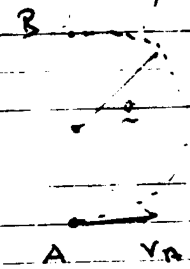
9 Un carrello viaggia alla velocità $v_0 = 5$ Km/h su una rotaia priva di attriti e su di esso è montato un pendolo costituito da un filo $l = 20$ cm cui è sospesa una massa $m = 3$ Kg.
Ad un certo istante il carrello viene bloccato. Calcolare la velocità minima del carrello per cui la massa m compie un giro completo dopo l'arresto del carrello. Nelle condizioni del problema, m compie un giro?

10 Un sasso viene lanciato verso l'alto applicandogli una forza F per un tempo $\tau = 10^{-1}$ sec. Sapendo che la massa del sasso è $m = 0.2$ Kg e che esso raggiunge l'altezza $h = 10$ m. Calcolare F.

11 Un manicotto di massa $m = 0.3$ Kg può scorrere con attrito lungo una asta verticale. Per effetto di una forza impulsiva il manicotto, inizialmente in quiete, raggiunge un'altezza $h = 3$ m e successivamente ricade al suolo con velocità $v_0 = 5$ m/sec. Calcolare l'impulso.

— Indicando con v_A la velocità del carrello al momento dell'urto che è anche quella iniziale di m nel sistema di riferimento inerziale avremo, affinché essa raggiunga B avremo:



$$\frac{1}{2} m v_A^2 = \frac{1}{2} m v_B^2 + mg \cdot 2l$$

ma in B avremo:

$$T + mg = m v_B^2 / l$$

La condizione di v_A minima è che in B $T=0$

$$v_B^2 = gl$$

e sostituendo nella prima equazione:

$$v_A^2 = gl + 4gl = 5gl \Rightarrow v_A = 3.1 \text{ m/sec.}$$

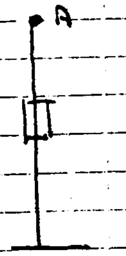
— $L = mgh = \frac{1}{2} m v_f^2 - \frac{1}{2} m v_i^2 \Rightarrow v_f = 0 \Rightarrow v_i = (2gh)^{1/2} = 14$ m/sec.

Applicando il teorema dell'impulso

$$(F - mg)\tau = \Delta Q = m v_i - m v_f$$

$$F = \frac{mv}{\tau} + mg = 30 \text{ N.}$$

— Teorema dell'impulso:



$$F \cdot \tau = m v_A - m v_i \qquad \text{con } v_A = 0$$

Teorema delle forze vive:

$$\begin{cases} \frac{1}{2} m v_A^2 - \frac{1}{2} m v_i^2 = -mgh - F_A \cdot h & \text{(lavoro in salita)} \\ \frac{1}{2} m v_0^2 - \frac{1}{2} m v_A^2 = mgh - F_A h & \text{(" " discesa)} \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$v_i = (4gh - v_0^2)^{1/2} \Rightarrow F\tau = m v_i = 2.88 \text{ N/sec.}$$

12. Un fucile subacqueo lancia, mediante la compressione di una molla, per un tratto $l = 40$ cm., una freccia di massa $m = 20$ gr.
Sparando la freccia orizzontalmente in aria da una altezza $h = 1.5$ m. si osserva che essa cade al suolo ad una distanza $d = 20$ m.
~~Sparando orizzontalmente nell'acqua si osserva che alla distanza~~ di 5m la sua velocità si riduce al 10% del valore iniziale. Calcolare:

a) la velocità iniziale della freccia trascurando l'attrito dell'aria

b) il coefficiente di elasticità della molla

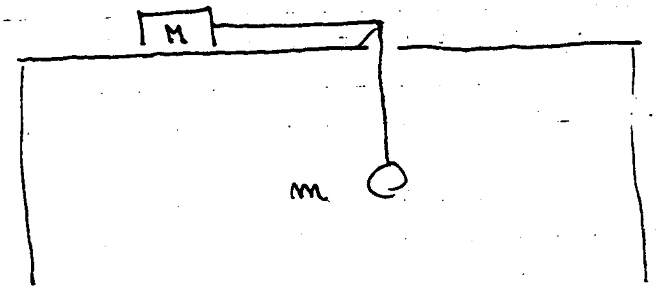
c) il lavoro fatto dalla freccia contro la forza di resistenza dell'acqua nei primi 5m. di percorso.

13. Una massa $M = 1$ Kg è poggiata su di un piano orizzontale avente $\mu = 0.3$.
Un filo inestensibile la collega, attraverso un foro praticato nel piano, ad una massa $m = 0.2$ Kg che dunque è sospesa sotto il Tavolo.
Supponiamo che m oscilli in un piano verticale e sia θ_0 la sua elongazione massima. Calcolare

a) il valore massimo di θ_0 che permette ad m di oscillare senza che M si muova

b) i corrispondenti valori delle tensioni massima e minima del filo

c) l'accelerazione di M allorché $\theta_0 = 45°$.



— a) il tempo di caduta è:

$$t = \left(\frac{2h}{g}\right)^{1/2} = 0.55 \text{ sec}$$

$$v_0 = \frac{d}{t} = 36.2 \text{ m/sec.}$$

b) ~~Il lavoro fatto dalle molle durante l'urto~~ è:

$$L = \int_0^{\ell} kx\,dx = \frac{1}{2}k\ell^2$$

$$L = T \Rightarrow \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}k\ell^2 \Rightarrow k = \frac{mv_0^2}{\ell^2} = 1638 \frac{N}{m}$$

c) Dal Teorema delle forze vive:

$$L = T_f - T_i = \frac{1}{2}m\left(v_f^2 - v_i^2\right) = \frac{1}{2}m\left[\left(\frac{v_0}{10}\right)^2 - v_0^2\right] =$$

$$= -88.7 \text{ Joule.}$$

— le tensioni massima e minima sono:

$$T_M = m\left(g + v_M^2/\ell\right) \quad ; \quad T_m = mg\cos\vartheta_0$$

In condizioni di equilibrio

$$T_M = \mu Mg = 2.9\,N \Rightarrow \frac{v_M^2}{\ell} = \frac{\mu Mg - mg}{m} = 4.9 \frac{m}{sec^2}$$

e dalla conservazione dell'energia si ha:

$$v_M^2 = 2g\ell(1-\cos\vartheta_0) \rightarrow \cos\vartheta_0 = 1 - \frac{v_M^2}{\ell}\frac{1}{2g} = 0.75$$

per cui ϑ_0 in equilibrio è

$$\vartheta_0 = 41°,4$$

e quindi $T_m = 1.5\,N$

Per $\vartheta = 45°$ avremo $\frac{v^2}{\ell} = 2g(1-\cos\vartheta) = 5.75 \text{ m/sec}^2$

e l'equazione del moto di M è:

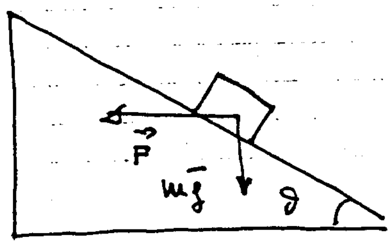
$$T - \mu Mg = Ma$$

$$a = \frac{T - T_M}{M} = 0.16 \text{ m/sec}^2.$$

027

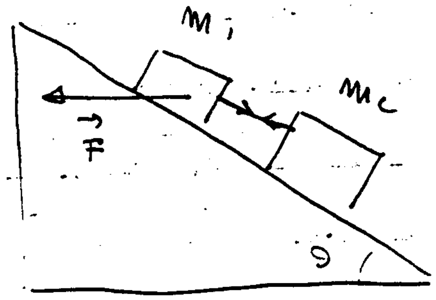
14_ Due blocchi di massa $m_1 = 3\,Kg$, $m_2 = 5\,Kg$ sono connessi da una sbarra di massa trascurabile e giacciono su di un piano inclinato ($\theta = 30°$). Sapendo che i coefficienti di attrito statico tra il piano ed m_1, m_2 sono rispettivamente $\mu_1 = 0.2$, $\mu_2 = 0.$[illegible], determinare la forza orizzontale $\vec{F}$ che agisce su m_1 affinché il sistema si trovi in equilibrio.

15_ Un blocco di massa $M = 4.8\,Kg$ è posto su di un piano inclinato ($\theta = 39°$) e su di esso agisce una forza orizzontale $F = 46\,N$. Calcolare l'accelerazione tangenziale al piano inclinato, lo spazio percorso dal blocco, sapendo che la sua velocità iniziale è $v_0 = 4.3\,m/sec$, al momento del suo arresto sapendo che il piano è scabro con $\mu_d = 0.33$.



Calcolare inoltre il lavoro eseguito dalla forza di attrito.

SOLUZIONI



Le equazioni del moto sono:

$$\begin{cases} m_1 g \sin\theta + T - f_{A1} - F\cos\theta = m_1 a \\ m_2 g \sin\theta - T - f_{A2} = m_2 a \end{cases}$$

$$\begin{cases} N_1 - F\sin\theta - m_1 g \cos\theta = 0 \\ N_2 - m_2 g \cos\theta = 0 \end{cases}$$

$$f_{A1} = \mu_1 N_1 \quad ; \quad f_{A2} = \mu_2 N_2$$

In equilibrio $a = 0$

$$m_1 g \sin\theta + T - \mu_1 (m_1 g \cos\theta - F\sin\theta) - F\cos\theta = m_2 g \sin\theta - T - \mu_2 m_2 g \cos\theta$$

$$F = \frac{g \sin\theta\,(m_1 - m_2) + (\mu_2 m_2 - \mu_1 m_1)\, g \cos\theta}{(\cos\theta - \mu_1 \sin\theta)} = -14.1\ \text{N}$$

in cui il segno - indica che $\vec F$ ha una componente verso l'alto.

Le equazioni del moto sono:

$$\begin{cases} F\cos\theta - mg\sin\theta - \mu_d R_n = m a_t \\ -F\sin\theta - mg\cos\theta + R_n = 0 \end{cases}$$

$$a_t = \frac{\cos\theta\,(F - \mu m g) - \sin\theta\,(mg + \mu F)}{m} = 3.3\ \text{m/sec}^2.$$

Il moto è decelerato:

$$\begin{cases} s(t) = -\frac{1}{2} a_t t^2 + v_0 t \\ 0 = -a t + v_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = 1.3\ \text{sec} \\ s = 2.9\ \text{m} \end{cases}$$

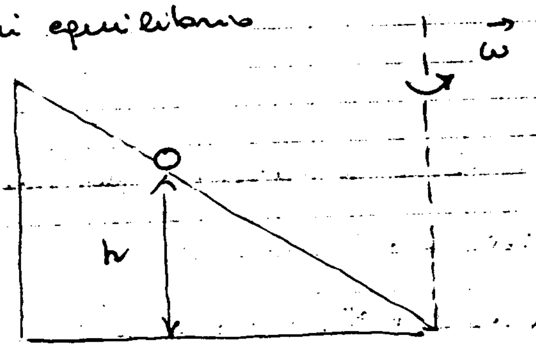
$$L = -\mu\, s(t) \left[F\sin\theta + mg\cos\theta \right] = -71.6\ \text{Joule}$$ (lavoro resistente)

16 Una massa $m = 2.5$ Kg è collegata mediante due fili lunghi $l = 1$ m a due punti A e B di una barra verticale distanti $d = 1.5$ m. Sapendo che il sistema ruota ad una velocità angolare $\omega_0 = 65$ giri/minuto attorno alla sbarra, calcolare

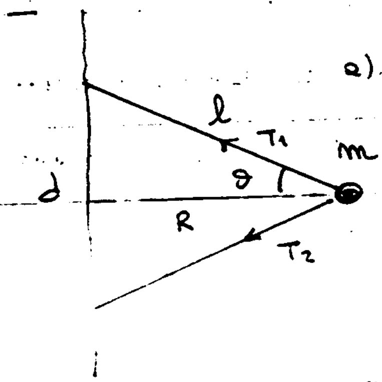
a) la forza che ciascun filo esercita sulla massa

b) la velocità angolare minima ω_m in corrispondenza della quale il filo inferiore comincia a tendersi.

17. Una massa m è appoggiata, ad una altezza $h = 0.3$ m, su di un piano inclinato ($\theta = 30°$) che ruota attorno ad un asse verticale. Sapendo che $\mu = 0.3$ determinare i valori ω_m e ω_M per cui m è in equilibrio.



SOLUZIONI



a) $\operatorname{sen}\vartheta = \dfrac{d}{2l}$; $R = l\cos\vartheta$; $\omega_0 = 6.28$ rad/sec

Equazioni del moto

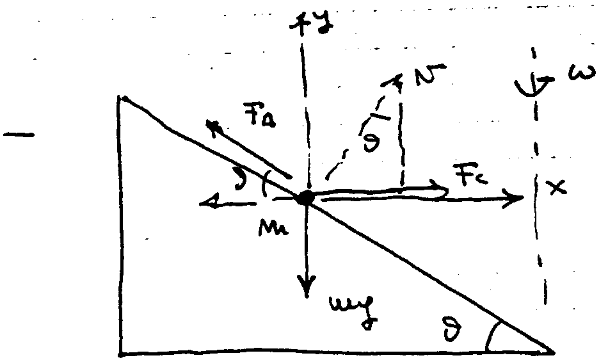
$$\begin{cases} T_1\cos\vartheta + T_2\cos\vartheta = m\omega^2 R = m\omega^2 l\cos\vartheta \\ T_1\operatorname{sen}\vartheta - T_2\operatorname{sen}\vartheta = -mg \end{cases}$$

$$\begin{cases} T_1 + T_2 = \omega^2 l m \\ (T_1 - T_2)\dfrac{d}{2l} = -mg \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} T_1 = 32.9\ N \\ T_2 = 65.8\ N \end{matrix}$$

b) La ω_m la si ha per $T_2 = 0$:

$$\begin{cases} T_1\cos\vartheta = m\omega_m^2 l\cos\vartheta \\ T_1\operatorname{sen}\vartheta = -mg \end{cases} \qquad \begin{cases} T_1 = m\omega_m^2 l \\ T_1\dfrac{d}{2l} = mg \end{cases}$$

$$\omega_m = \left(\frac{2g}{d}\right)^{1/2} = 3.61\ \frac{rad}{sec}$$



Consideriamo l'equazioni del moto proiettate sull'asse x :

$$-F_A\cos\vartheta + N\operatorname{sen}\vartheta = m\omega^2 r$$

$r = h\cot g\,\vartheta$

$$\begin{cases} N = mg\cos\vartheta \\ F_A = \mu(mg\cos\vartheta + m\omega^2 r\operatorname{sen}\vartheta) \end{cases}$$

a) $\omega_m^2 = \dfrac{g}{r}\,\dfrac{\cos\vartheta(\operatorname{sen}\vartheta - \mu\cos\vartheta)}{(1 + \mu\operatorname{sen}\vartheta\cos\vartheta)}$ $\rightarrow$ $\omega_m = 1.88$ rad/sec

b) $\omega_n^2 = \dfrac{g}{r}\,\dfrac{\cos\vartheta(\operatorname{sen}\vartheta + \mu\cos\vartheta)}{(1 - \mu\operatorname{sen}\vartheta\cos\vartheta)}$ $\rightarrow$ $\omega_n = 3.72$ rad/sec.

Nel caso b) la forza di attrito è rivolta verso il basso ostacolando il moto verso l'alto della massa m.