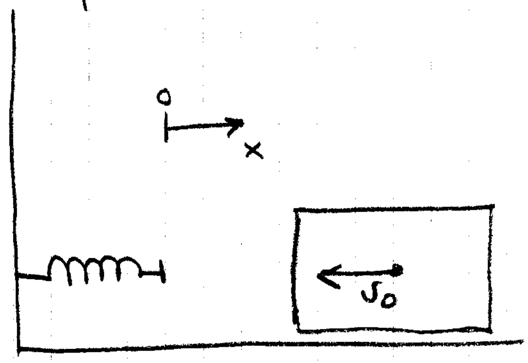
Esercizio

Un blocco di massa $m = 5{,}0$ kg si muove su un piano orizzontale senza attrito con velocità $v_0 = 6{,}0$ m/sec verso una molla con costante $K = 500$ N/m fissata su una parete, come in figura.



La molla ha massa trascurabile.

a) Calcolare di quanto viene compressa la molla

b) Se la molla non può essere compressa per più di $d_0 = 0{,}20$ m, quale dovrà essere la velocità v_0

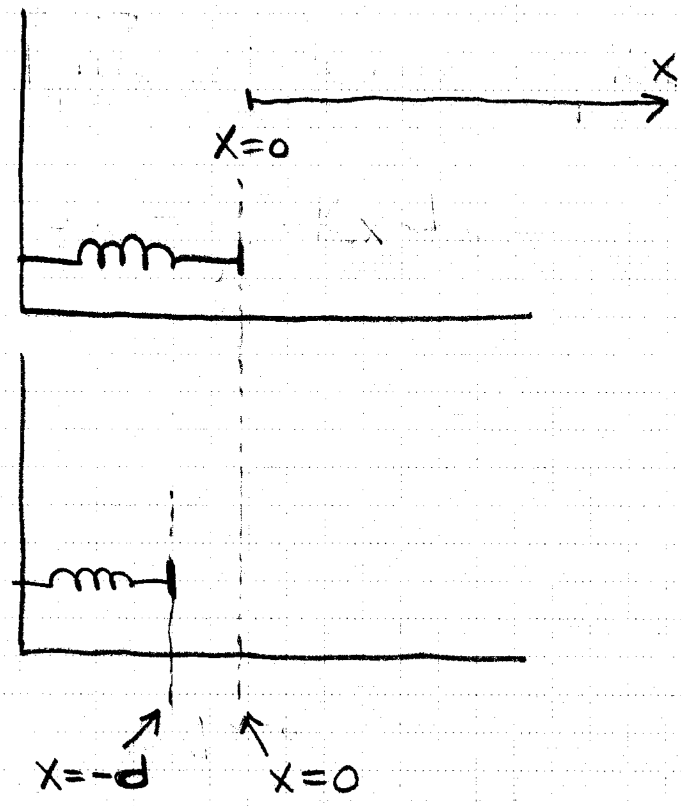
Soluzione

Utilizziamo il Teorema delle forze vive che ci dice che il lavoro fatto dalle forze agenti sul corpo è pari alla differenza di energia cinetica del corpo fra uno stato finale ed uno stato iniziale, cioè

$$L_F = \Delta T = T_2 - T_1$$

Se valutiamo quali sono le forze in gioco vediamo che c'è solo la forza esercitata dalla molla. Tale forza è diretta nel verso opposto dello spostamento dalli -

posizione di equilibrio. Calcoliamo qual è è lavoro svolto dalla forza elastica della molla durante la compressione.



In generale il lavoro svolto dalla molla per uno spostamento da una posizione $x = x_0$ a $x = x_1$ è

$$L_{el} = \int_{x_0}^{x_1} \vec{F}_{el} \cdot d\vec{x} = \int_{x_0}^{x_1} -kx\,dx = -\left[\frac{1}{2}kx_1^2 - \frac{1}{2}kx_0^2\right] = \frac{1}{2}k\left(x_0^2 - x_1^2\right)$$

Il segno meno nel 3° termine significa che la forza della molla e lo spostamento hanno versi discordi.
Questo risultato significa che il lavoro

fatto dalla molla dipende dalla posizione iniziale e da quella finale. Possiamo quindi definire una energia potenziale, al pari della forza gravitazionale, U_{el} tale che

$$L_{el} = -\Delta U = -\left(\frac{1}{2}Kx_{fin}^2 - \frac{1}{2}Kx_{in}^2\right)$$

Tornando all' esercizio allora

$$L = T_2 - T_1 = -\Delta U = U_1 - U_2$$

$$T_2 + U_2 = T_1 + U_1 \quad \text{dove} \quad \begin{cases} U_1 = \frac{1}{2}kx_1^2 \\ U_2 = \frac{1}{2}kx_2^2 \end{cases}$$

In conclusione, in presenza della sola forza elastica l'energia meccanica totale si conserva!

$$0 + \frac{1}{2}Kx_2^2 = \frac{1}{2}m v_0^2 + 0$$

$$\frac{1}{2}K(-d)^2 = \frac{1}{2}m v_0^2$$

$$d = \left(\frac{m}{K}\right)^{1/2} v_0 = \left(\frac{5{,}0}{500}\right)^{1/2} \cdot 6{,}0 = 0{,}6\ m$$

b) Dalle stesse formule

$$v_{0max} = \left(\frac{K}{m}\right)^{1/2} d_{max} = 2{,}0\ m/sec$$