Esercizio

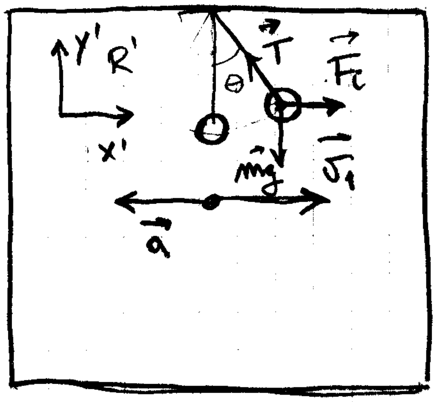
Dal tetto di un tram pende una sfera attaccata ad un filo. Frenando la velocità del tram varia uniformemente in un tempo di 3 sec, passando dalla velocità di $v_1 = 18$ Km/h alla velocità di $v_2 = 6$ Km/h. Quale sarà l'angolo θ di cui devia il filo a cui è attaccata la sfera durante la frenata?

Soluzione

Se scegliamo un sistema di riferimento R' solidale con il tram, questo riferimento sarà <u>non inerziale</u> durante la frenata. In tale riferimento la sfera sarà soggetta ad una forza "apparente" detta forza **inerziale** pari a

$$\vec{F}_i = -m\vec{a}$$

con $\vec{a}$ accelerazione del tram. Quindi in R' nella posizione di equilibrio della sfera durante la frenata il diagramma delle forze è



$$\boxed{\vec{T} + \vec{F}_i + m\vec{g} = 0}$$

forze

moto

da cui

$$\begin{cases} \text{asse } x & -T\sin\theta + F_i = 0 \\ \text{asse } y & +T\cos\theta - mg = 0 \end{cases}$$

ovvero

asse x $\quad -T\sin\theta + ma = 0$

asse y $\quad -T\cos\theta + mg = 0$

Dividendo la 1ª eq. per la seconda otteniamo

$$\frac{\sin\theta}{\cos\theta} = tg\,\theta = \frac{a}{g}$$

quindi

$$\theta = \operatorname{arctg}\frac{a}{g} = \operatorname{arctg}\left\{\frac{1}{g}\left[\frac{v_1 - v_2}{\Delta t}\right]\right\} =$$

$$= \operatorname{arctg}\left\{\frac{1}{9{,}81}\cdot\frac{1}{3}\left[18-6\right]\frac{1000}{3600}\right\} = 0{,}11 \text{ rad}$$

↑ per convertire Km/h in m/sec

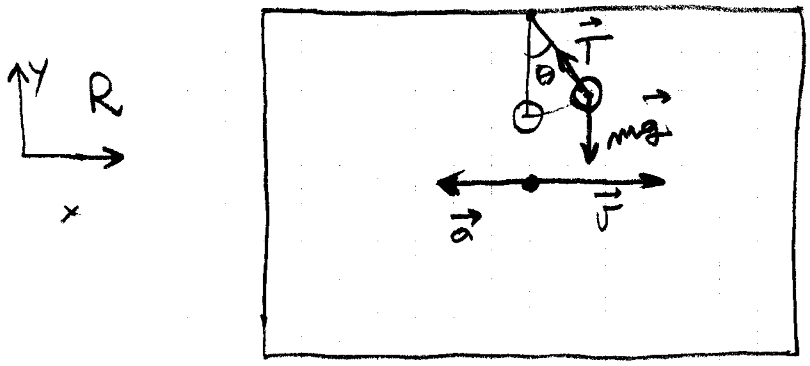
Facciamo alcune considerazioni:

1) Questo è il principio su cui si basano gli "accelerometri".

2) Per $a = 0$, $\theta = 0$ mentre per $a = g$ allora $\theta = 45°$

3) θ non può mai essere pari a $90°$ altrimenti a dovrebbe essere infinita.

4) Proviamo ora a risolvere il problema se osserviamo quanto accade da un sistema di riferimento inerziale.



Durante la frenata un osservatore da R vede che la Tensione T del filo impedisce alla sfera di continuare il suo moto rettilineo uniforme ed inoltre vede la sfera che compie un moto accelerato (decelerato) con accelerazione pari a quella del tram - Quindi

$$\underbrace{\vec{T} + m\vec{g}}_{\text{forze}} = \underbrace{m\vec{a}}_{\text{moto}}$$

$$\begin{array}{ll} \text{asse } x & \left\{ \begin{array}{l} -T\,\text{sen}\,\theta = -ma \\ \\ T\cos\theta - mg = 0 \end{array} \right. \\ \text{asse } y & \end{array}$$

Anche qui possiamo dividere la 1ª eq per la 2° a patto di portare il 2° termine della 2ª eq a secondo membro, ed otteniamo

$$tg\,\theta = a/g$$

ovvero lo stesso risultato - Dal sistema di riferimento inerziale non abbiamo dovuto introdurre alcuna forza apparente!!!