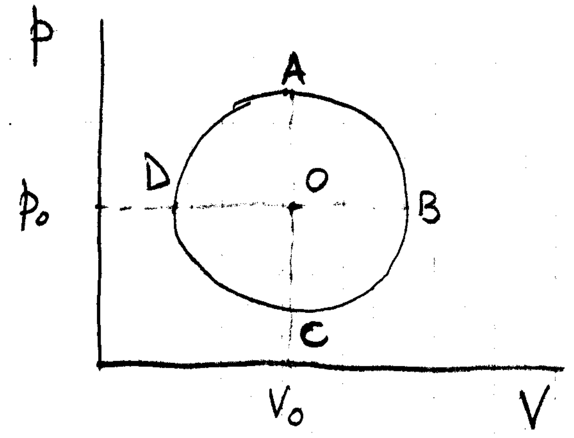
Esercizio

0,05 moli di gas perfetto biatomico compiono una trasformazione ciclica reversibile rappresentata, in un opportuno sistema di assi p-V, da una circonferenza. I dati numerici sono $P_0 = 1{,}20$ atm, $P_C = 0{,}50$ atm, $V_0 = 0{,}90$ l, $V_B = 1{,}60$ l.
Calcolare:

a) la variazione di energia interna tra gli stati A e C

b) il lavoro fatto dal ciclo

c) la variazione di entropia nel tratto DA



Soluzione

a)

$$\Delta U_{AC} = n c_V (T_C - T_A)$$

$$T_A = \frac{p_A V_A}{nR} = \frac{[p_0 + (p_0 - p_C)] V_0}{nR} =$$

$$= \frac{(1{,}20 + (1{,}20 - 0{,}50)) \cdot 1{,}013 \cdot 10^5 \cdot 0{,}90 \cdot 10^{-3}}{0{,}05 \cdot 8{,}31} = 417\ K$$

$$T_C = \frac{p_C V_C}{nR} = \frac{0{,}50 \cdot 1{,}013 \cdot 10^5 \cdot 0{,}90 \cdot 10^{-3}}{0{,}05 \cdot 8{,}31} = 110\ K$$

$$\Delta U_{AC} = n c_v (T_C - T_A) = 0{,}05 \cdot \frac{5}{2} 8{,}31 \cdot (110 - 417) = -329\ J$$

b) Il lavoro è dato dall'area racchiusa dal ciclo. Nel particolare riferimento scelto con gli assi p e V espressi in atm e l rispettivamente, la circonferenza ha raggio pari a 0,7 - Infatti

$$|V_B - V_O| = 0{,}7\ lt$$

$$|p_C - p_O| = 0{,}7\ atm$$

Dunque

$$L = \pi R^2 = \pi \cdot 0{,}7^2 = 1{,}54\ l \cdot atm = 156\ J$$

$1 l = 10^{-3} m^3$

$1 atm = 1{,}013 \cdot 10^5\ Pa$

c) Essendo l'entropia una funzione di stato, la differenza di entropia fra gli stati D e A posso calcolarla ipotizzando trasformazioni reversibili che connettano i due punti

$$\Delta S_{DA} = \Delta S_{DO} + \Delta S_{OA}$$

$$\Delta S_{DO} = \int_{D}^{O} \frac{dQ}{T} = n c_p \int_{T_D}^{T_O} \frac{dT}{T} = n c_p \ln \frac{T_O}{T_D} =$$

$$= n c_p \ln \frac{\frac{p_O V_O}{\cancel{nR}}}{\frac{p_D V_D}{\cancel{nR}}} \underset{p_O \equiv p_D}{=} n c_p \ln \frac{V_O}{V_D} = n c_p \ln \frac{V_O}{[V_O - (V_B - V_O)]} =$$

$$= 0{,}05 \cdot \frac{7}{2} \cdot 8{,}31 \ln \frac{0{,}90}{(0{,}90 - (1{,}60 - 0{,}90))} = 2{,}19\ J/K$$

$$\Delta S_{OA} = \int_{O}^{A} \frac{dQ}{T} = nc_V \int_{T_O}^{T_A} \frac{dT}{T} = nc_V \ln \frac{T_A}{T_O} =$$ (3)

$$= nc_V \ln \frac{\frac{p_A V_A}{nR}}{\frac{p_O V_O}{nR}} \underset{V_A \equiv V_O}{=} nc_V \ln \frac{p_A}{p_O} = nc_V \ln \frac{p_O + (p_O - p_C)}{p_O} =$$

$$= 0{,}05 \cdot \frac{5}{2} \cdot 8{,}31 \cdot \ln \frac{1{,}2 + (1{,}2 - 0{,}5)}{1{,}2} = 0{,}48 \text{ J/K}$$

$$\Delta S_{DA} = \Delta S_{DO} + \Delta S_{OA} = 2{,}19 + 0{,}48 = 2{,}67 \text{ J/K}$$