

Exercice

(1)

Calculer l'augmentation de l'entropie que subissent 150 gr de azote (gaz ^{parfait} parfait avec poids moléculaire $\mu = 28$ gr/mole) qui passe de la pression de 1 atm à la température de 10°C jusqu'à l'état qui correspond à un volume de 200 lt, lors d'une transformation polytropique $pV^{1.5} = \text{constante}$.

Solution

$$m = 150 \text{ gr} = 0,15 \text{ kg}$$

$$\mu = 28 \text{ gr/mole} = 2,8 \cdot 10^{-2} \text{ kg/mole}$$

$$p_1 = 1 \text{ atm} = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$$T_1 = 10^\circ\text{C} = 283 \text{ K}$$

$$V_2 = 200 \text{ lt} = 0,2 \text{ m}^3$$

Le principal problème à affronter est celui de trouver une expression pour le calor échangé avec le système sachant que la transformation est une polytropique et qu'on ne peut pas appliquer

$$\Delta Q = n C_{v,p} \Delta T$$

Faisons alors référence au 1^{er} principe de la Thermodynamique

$$\Delta Q = \Delta U + L = n C_v \Delta T + \int p dV$$

différentions les deux membres

$$dQ = n C_v dT + p dV$$

Alors pour trouver

$$\Delta S = \int_{T_1}^{T_2} \frac{dQ}{T} = n C_v \int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T} + \int_{V_1}^{V_2} p \frac{dV}{T} = n C_v \int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T} +$$

$$+ \int_{V_1}^{V_2} nR \frac{dV}{V} = nC_v \int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T} + nR \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} =$$

$$= nC_v \ln \frac{T_2}{T_1} + nR \ln \frac{V_2}{V_1}$$

(2)

per tale calcolo occorre allora conoscere temperature e volumi iniziali e finali, ed il numero di moli dell'atomo.

$$n = \frac{m}{\mu} = \frac{0,15}{2,8 \cdot 10^{-2}} = 5,36 \text{ moli}$$

$$V_1 = \frac{nRT_1}{P_1} = \frac{5,36 \cdot 8,31 \cdot 283}{1,013 \cdot 10^5} = 0,124 \text{ m}^3$$

Non possiamo calcolare T_2 dalla legge dei gas perfetti siccome non conosciamo neanche P_2 , ma possiamo usare l'equazione della politropica infatti

$$pV^{1,5} = \frac{nRT}{V} V^{1,5} = nRTV^{0,5} = \text{cost}$$

ovvero.

$$TV^{0,5} = \text{costante da cui}$$

$$T_1 V_1^{0,5} = T_2 V_2^{0,5} \text{ e quindi}$$

$$T_2 = T_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{0,5} = 283 \left(\frac{0,124}{0,2} \right)^{0,5} = 223 \text{ K}$$

$$\Delta S = nC_v \ln \frac{T_2}{T_1} + nR \ln \frac{V_2}{V_1} = 5,36 \cdot \frac{5}{2} \cdot 8,31 \ln \frac{223}{283} +$$

$$+ 5,36 \cdot 8,31 \cdot \ln \frac{0,2}{0,124} = -5,24 \text{ J/K}$$