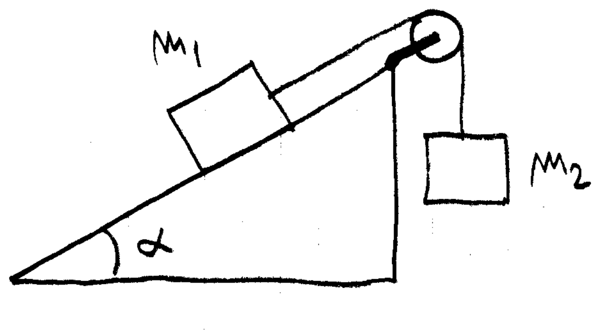
Esercizio

Un blocco di massa m_1 è posto su un piano inclinato di un angolo α ed è legato ad una estremità di una corda che passa per una puleggia senza frizione come in figura. All'altra estremità della corda è legata una massa m_2 in sospensione. Il coefficiente di attrito dinamico e statico della massa m_1 sul piano inclinato sono rispettivamente μ_d e μ_s.

a) Trovare la massa m_2 per la quale la massa m_1 si muove verso l'alto sul piano inclinato con velocità costante una volta messo in moto il sistema

b) Trovare la massa m_2 per la quale la massa m_1 si muove verso il basso sul piano inclinato con velocità costante una volta messo in moto il sistema

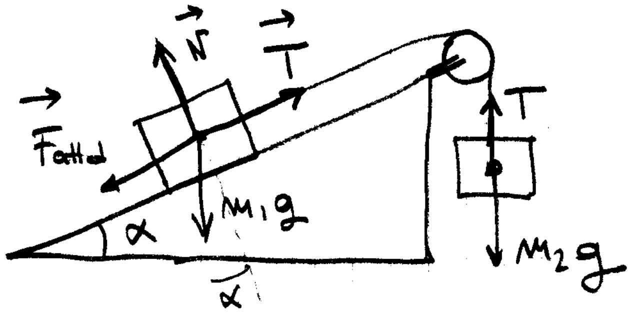
c) Per quale intervallo di valori di m_2 il sistema resta in condizioni di quiete se il sistema non è messo in moto



Soluzione

A velocità costante si ha una condizione di equilibrio allora $\Sigma \vec{F} = 0$

a) Se la massa m_1 si sposta verso l'alto con $\vec{v}$ costante abbiamo che



Naturalmente T è uguale in modulo in tutti i punti della corda.

Per quanto riguarda la massa m_2 si ha

$$T = m_2 g$$

Per la massa m_1 una scelta conveniente del sistema di riferimento è quella con l'asse x lungo la corda; in tal caso si ha

asse x $\quad T - F_{attd} - m_1 g \operatorname{sen} \alpha = 0$

asse y $\quad N - m_1 g \cos \alpha = 0$

dalla teoria sappiamo inoltre che $|\vec{F}_{attD}| = \mu_D |\vec{N}|$ ed applicando l'eq. per la massa m_2 otteniamo

1ª $\quad m_2 g - \mu_D N - m_1 g \operatorname{sen} \alpha = 0$

combinando la 2° con la 1ª

$$m_2 \cancel{g} - \mu_D m_1 \cancel{g} \cos\alpha - m_1 \cancel{g} \operatorname{sen}\alpha = 0$$

Infine si ha

$$m_2 = m_1 (\operatorname{sen}\alpha + \mu_D \cos\alpha)$$

b) Quando analizziamo il caso del moto della massa m_1 verso il basso l'unica differenza è quella della direzione della F_{attD} che ora è diretta nel verso delle x positive. Quindi analogamente a prima

asse x $\quad T + F_{attD} - m_1 g \operatorname{sen}\alpha = 0$

$$m_2 g + \mu_D N - m_1 g \operatorname{sen}\alpha = 0$$

$$m_2 g + \mu_D m_1 g \cos\alpha - m_1 g \operatorname{sen}\alpha = 0$$ da cui

$$m_2 = m_1 (\operatorname{sen}\alpha - \mu_D \cos\alpha)$$

c) In quiete si ha

massa m_2 $\quad m_2 g = T$

massa m_1 $\begin{cases} \text{asse x} & T \pm F_{atts} - m_1 g \operatorname{sen}\alpha = 0 \\ \text{asse y} & N - m_1 g \cos\alpha = 0 \end{cases}$

con $\pm$ indicante la forza di attrito diretta alternativamente verso il basso e verso l'alto del piano inclinato. In quiete si ha che $F_{atts} \leq \mu_D N$, allora

$$F_{atts} = \pm(m_1 g \operatorname{sen}\alpha - T) =$$

$$= \pm(m_1 g \operatorname{sen}\alpha - m_2 g) \leq \mu_D N$$

quindi

$$\pm\left(m_1 \cancel{g}\, \mathrm{sen}\,\alpha - m_2 \cancel{g}\right) \leq \mu_s \cdot m_1 \cancel{g} \cos\alpha$$

con il segno +

$$m_2 \geq m_1 \left(\mathrm{sen}\,\alpha - \mu_s \cos\alpha\right)$$

con il segno −

$$m_2 \leq m_1 \left(\mathrm{sen}\,\alpha + \mu_s \cos\alpha\right)$$

quindi m_2 deve essere compreso tra questi 2 valori.